



19(7)

Un método de corrección de flujo explícito en Elementos Finitos para turbidez y tiempo de residencia de las aguas portuarias. Aplicación al puerto de Pasaia



azti
tecnalia

Manuel González
Jordi Blasco
Andrea Del Campo
Manuel Espino
Luis Ferrer

Almudena Fontán
Arnel Germán
Carlos Hernández
Augusto Maidana
Marta Revilla

González, M., Blasco, J., Del Campo, A., Espino, M., Ferrer, L., Fontán, A., Germán, A., Hernández, C., Maidana, A., y Revilla, M., 2012. Un método de corrección de flujo explícito en Elementos Finitos para turbidez y tiempo de residencia de las aguas portuarias. Aplicación al puerto de Pasaia.. Revista de Investigación Marina, AZTI-Tecnalia, 19(7): 632-644

La serie 'Revista de Investigación Marina', editada por la Unidad de Investigación Marina de Tecnalia, cuenta con el siguiente Comité Editorial:

Editor: Dr. Ángel Borja

Adjunta al Editor: Dña. Mercedes Fernández Monge e Irantzu Zubiaur
(coordinación de las publicaciones)

Comité Editorial: Dr. Lorenzo Motos
Dr. Adolfo Uriarte
Dr. Michael Collins
Dr. Javier Franco
D. Julien Mader
Dña. Marina Santurtun
D. Victoriano Valencia
Dr. Xabier Irigoien
Dra. Arantza Murillas
Dr. Josu Santiago

La 'Revista de Investigación Marina' de Tecnalia edita y publica investigaciones y datos originales resultado de la Unidad de Investigación Marina de Tecnalia. Las propuestas de publicación deben ser enviadas al siguiente correo electrónico aborja@azti.es. Un comité de selección revisará las propuestas y sugerirá los cambios pertinentes antes de su aceptación definitiva.



Edición: 1.ª Octubre 2012

© AZTI-Tecnalia

ISSN: 1988-818X

Unidad de Investigación Marina

Internet: www.azti.es

Edita: Unidad de Investigación Marina de Tecnalia

Herrera Kaia, Portualdea

20010 Pasaia

Foto portada: Iñigo Onandia (vista aérea del barco *Leporre Anaiak*, de Bermeo) © AZTI-Tecnalia.

Un método de corrección de flujo explícito en Elementos Finitos para turbidez y tiempo de residencia de las aguas portuarias. Aplicación al puerto de Pasaia

Manuel González¹, Jordi Blasco², Andrea Del Campo¹, Manuel Espino³, Luis Ferrer¹, Almudena Fontán¹, Arnel Germán⁴, Carlos Hernández¹, Augusto Maidana⁴ y Marta Revilla¹

Resumen

Se presenta la aplicación de un Modelo en Elementos Finitos (FEM) sin modos espurios para el cálculo del tiempo de residencia de las aguas en el puerto de Pasaia (sudeste del golfo de Vizcaya). Pasaia es una zona portuaria abrigada, fuertemente antropizada, en la que el principal agente que induce renovación de las aguas es la marea astronómica. Para el cálculo de las corrientes generadas por la marea se ha empleado también un FEM para las ecuaciones de aguas someras. Los resultados obtenidos por el módulo hidrodinámico alimentan un modelo que resuelve la ecuación de convección-difusión empleando una técnica lineal de Corrección de Flujo en el Transporte (FCT) de tipo explícito. Esta técnica permite analizar los procesos dispersivos a una escala espacial y temporal adecuada a un dominio portuario en el cual el efecto de la marea astronómica sobre las corrientes sea importante. El modelo numérico resultante ha sido validado mediante su aplicación en diferentes casos test de solución analítica conocida.

Esta herramienta de simulación numérica ha sido aplicada a la dispersión de la turbidez en el puerto de Pasaia para estimar el coeficiente de dispersión horizontal validándose los resultados con medidas de campo. Por último, el modelo se ha utilizado para la estima del tiempo de residencia, obteniéndose valores de 4,5 días en el caso sin difusión y de 60 días con el coeficiente de difusión horizontal ($0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) obtenido con las simulaciones de la turbidez. La restricción en el paso de tiempo máximo admisible de la versión FEM-FCT lineal hace que el tiempo de computación sea aceptable en la simulación de escenarios pero, excesivo para aplicaciones operacionales.

Abstract

The application of a spurious-mode free Finite Element Model (FEM), for the determination of water residence time in Pasaia Bay (SE Bay of Biscay), is presented. Pasaia Bay is a sheltered harbour area, highly anthropogenically-affected, where the astronomical tide is the main forcing mechanism controlling water renewal. The numerical simulation of the currents generated by tides has been performed using also a FEM to solve the shallow water equations. The results obtained have been used to solve the convection-diffusion equation, by means of a linear technique for explicit Flux-Corrected Transport (FEM-FCT). This technique permits the analysis of dispersion in appropriate spatio-temporal scales, according to the harbour domain and assuming that the tidal influence on the currents is high.

In order to determine the horizontal dispersion coefficient, this method of numerical simulation has been used to estimate the turbidity dispersion in the bay, validating the results with in-situ measurements. Finally, the model has been applied to estimate the water residence time, obtaining values of about 4.5 days without diffusion and 60 days with the horizontal diffusion coefficient ($0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) obtained from the turbidity simulations. The FEM-FCT technique used has limitations related to the maximum admissible time-step, making the computational time useful for simulation of hydrodynamic scenarios, but being inappropriate for operational applications.

¹ AZTI-Tecnalia, Unidad de Investigación Marina, Muelle de Herrera s/n, Zona Portuaria, 20110 Pasaia, Gipuzkoa, España. Email: mgonzalez@pas.azti.es; adelcampo@azti.es; lferrer@azti.es; afontan@azti.es; chernandez@azti.es; mrevilla@azti.es

² Departament de Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya, Campus Sud, Edificio H, Avda. Diagonal 647, 08028 Barcelona, España.

³ Laboratorio de Ingeniería Marítima, Universitat Politècnica de Catalunya, Campus Nord, Edificio D1, c/ Gran Capità s/n, 08034 Barcelona, España. Email: manuel.espino@upc.edu

⁴ CIMNE, Universitat Politècnica de Catalunya, Escar 6-8, 08039 Barcelona, España. Email: augusto.maidana@upc.edu; arnel.german@upc.edu

Introducción

En las últimas décadas la Oceanografía ha experimentado un importante progreso gracias al desarrollo de nuevas tecnologías de muestreo y análisis, el debate del cambio climático y su predicción, el agotamiento de los recursos marinos, la degradación de las regiones costeras y la intensificación del tráfico marítimo entre otras razones.

Los últimos avances en Oceanografía plantean un nuevo reto: el de la *Oceanografía Operacional* (Parrilla, 2001), definida como toda aquella actividad que comprende las medidas y muestreos hechos en los océanos y atmósfera y su difusión e interpretación, todo ello de un modo rutinario, con el fin de ofrecer la descripción más precisa posible del estado actual y de las futuras condiciones del mar, así como reunir datos climáticos que permitan describir estados pasados y elaborar series temporales que muestren tendencias y cambios (Fischer *et al.*, 2007)

La Oceanografía Operacional aúna redes de medida en continuo y centros de cálculo en los que procesar modelos de previsión que den lugar a herramientas de apoyo a la gestión para las administraciones y sectores interesados. Los servicios locales responden, en buena parte, a los requerimientos de la legislación actual, tal es el caso de la previsión de la deriva de hidrocarburos en los planes de contingencia portuarios; en España, a través del Real Decreto 253/2004 de 13 de febrero, que exige un estudio de condiciones oceanográficas y meteorológicas para prever la evolución de estos vertidos.

El empleo de herramientas de predicción responde a la política actual de protección y mejora del medio acuático en las zonas portuarias, promovida por la Directiva Marco del Agua (2000/60/CE), del Parlamento Europeo y del Consejo de la Unión Europea (en adelante DMA). El objetivo de la DMA para las zonas portuarias, declaradas como masas de aguas fuertemente modificadas, es el de lograr un buen potencial ecológico para el año 2015 (Borja y Elliott, 2007). Además, la Recomendación de Obras Marítimas española sobre calidad de aguas litorales en áreas portuarias, ROM 5.1-05, implanta un primer procedimiento para diferenciar aquellos espacios acuáticos portuarios clasificados como masas de agua modificadas debido a las alteraciones hidromorfológicas a las que se ven sometidos. La ROM 5.1-05 establece que la tipificación de las masas de agua modificadas se debe llevar a cabo mediante la combinación de un descriptor físico, como el sustrato (rocoso/sedimentario), y un descriptor hidromorfológico, como es el tiempo de residencia.

El tiempo de residencia es un descriptor del transporte de la masa de agua y, por lo tanto, condiciona parte de los procesos químicos y biológicos que inciden en su calidad como la oxidación de la materia orgánica (y el consiguiente descenso del oxígeno disuelto) y la eutrofización. La renovación de las aguas en sistemas semicerrados está controlada por el intercambio entre el dominio exterior y el interior y por los aportes fluviales que activan la circulación estuárica.

Son varias las definiciones y expresiones analíticas que se utilizan para estimar el intercambio de aguas: tiempo de limpieza (*flushing time*), tiempo de residencia (*residence time*), tiempo de

renovación (*renewal time*), tiempo de transición (*transit time*) o edad (*age*) entre otros (Yanagi, 1999). Las técnicas numéricas representan una buena alternativa para la predicción de la circulación en zonas portuarias y permiten una nueva perspectiva en la parametrización de los procesos de renovación (Grifoll *et al.*, 2010). En este sentido, el tiempo de residencia se considera como un indicador adecuado de la renovación de aguas en zonas muy abrigadas (Delhez *et al.*, 2004).

Los modelos y formulaciones desarrollados hasta el momento proporcionan valores integrados en el espacio y el tiempo de los indicadores de intercambio de las masas de agua. Actualmente, se está trabajando en metodologías operacionales para el tiempo de residencia mediante modelos numéricos en puertos como Santander, Gijón o Bilbao, empleando para ello modelos hidrodinámicos bidimensionales (Doménech *et al.*, 2006) o tridimensionales (Espino *et al.*, 2008; Grifoll *et al.*, 2009) generalmente en Diferencias Finitas, y aproximaciones lagrangianas para la dispersión (Doménech *et al.*, 2006; Grifoll *et al.*, 2006). Estas aplicaciones deberían mejorar el conocimiento de la capacidad de depuración en el puerto, contribuyendo a optimizar el diseño de las infraestructuras de saneamiento y a planificar de forma más adecuada los usos e instalaciones relacionados con las aguas portuarias.

En las tres últimas décadas se han desarrollado técnicas en Elementos Finitos para la resolución de problemas de dinámica de flujo, especialmente para evitar la presencia de modos espurios, tanto en las soluciones hidrodinámicas de superficie libre y velocidad (Walters, 2005; Walters, 2006) como en la resolución de la ecuación de convección-difusión (John y Schmeier, 2008). Una alternativa a los problemas asociados a la presencia de modos espurios en la ecuación de convección-difusión-reacción es el esquema de Corrección de Flujo en el Transporte en Elementos Finitos (FEM-FCT) (John y Schmeier, 2008; Kuzmin, 2009) que ha sido aplicado a problemas bidimensionales y tridimensionales de precipitación-reacción-agregación en procesos químicos y farmacéuticos (John y Roland, 2010; Hackbusch *et al.*, 2011) y a transferencia de calor y masa en moldeado industrial de polímeros (Tan y Pillai, 2010).

En este trabajo se presenta una aplicación de la técnica FEM-FCT a un problema de flujo oscilatorio en un dominio complejo, para estimar tiempos de residencia en zonas costeras muy abrigadas y de dimensiones reducidas, utilizándose como caso de estudio el puerto de Pasaia. Para ello, se ha calibrado el modelo numérico de dispersión comparando los resultados de la simulación de la pluma de turbidez en el estuario con los datos de diferentes campañas de medida.

En el apartado 2 de este trabajo se describen los aspectos más relevantes de la zona de estudio. En el apartado 3 se describe la técnica FEM-FCT aplicada para abordar este tipo de problemas en áreas portuarias y los casos test de validación del modelo numérico desarrollado. En el apartado 4 se presentan los resultados obtenidos sobre el puerto de Pasaia en el caso de la dispersión de la turbidez y en la estima de los tiempos de residencia. Por último, el apartado 5 es el de discusión y conclusiones.

Zona de estudio

El País Vasco está situado en el sudeste del golfo de Vizcaya, en el cambio de la orientación este-oeste de la costa cantábrica española a la norte-sur de la costa francesa (Figura 1). La influencia de las condiciones climáticas terrestres y de los aportes fluviales es notablemente mayor que en otras zonas costeras más abiertas y menos continentalizadas (Valencia *et al.*, 2004).

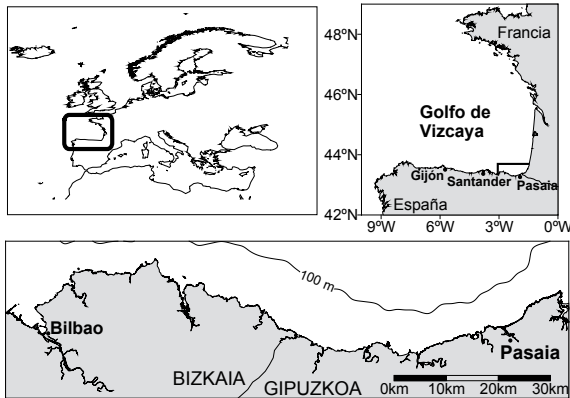


Figura 1. Localización de la costa vasca y el puerto de Pasaia en el golfo de Vizcaya.

Climáticamente, el País Vasco se sitúa en las latitudes medias del este del Atlántico norte. La circulación atmosférica está regida por dos centros de actividad: una zona de altas presiones, al sur de 40° N, entorno a las Azores, y una zona de bajas próxima a Islandia, en 60° N. La prevalencia de uno u otro centro origina viento fuerte del sudoeste en invierno y más débil e irregular en verano (OSPAR, 2000).

En condiciones normales, los caudales de los ríos son mínimos durante el verano y a comienzos del otoño y máximos en invierno. No obstante, las tormentas son relativamente frecuentes todo el año y pueden provocar puntualmente fuertes avenidas (Valencia *et al.*, 2004).

La marea en el golfo de Vizcaya es semidiurna, penetra por el oeste y se propaga hacia el este aumentando su amplitud (González *et al.*, 2004). El máximo rango anual supera los 4,5 m (Iribar e Ibáñez, 1979, Instituto Hidrográfico de la Marina, 1992) y se define como mesomareal baja durante mareas muertas y como mesomareal alta en mareas vivas (Pugh, 1987).

El área de estudio forma parte del estuario del Oiartzun (Figura 2), situada en la zona oriental de la costa vasca (43° 20' N, 1° 56' W). El río Oiartzun drena un área de 87 km² y tiene un caudal medio de 4,8 m³·s⁻¹ (Valencia *et al.*, 2004; García de Bikuña y Docampo, 1990), superior al de otros ríos del País Vasco con cuencas mayores, principalmente los situados en la provincia de Bizkaia, debido al aumento de pluviosidad que se produce hacia el este. El estuario hoy en día tiene una longitud de 5,5 km y 1 km² de superficie. La profundidad varía entre 0 y 25 m, siendo junto con el estuario del Nervión en Bilbao, el que alcanza mayor profundidad en el País Vasco.

De la superficie original que presentaba este estuario en el Postflandriense se conserva aproximadamente el 45% (Rivas y

Cendrero, 1992). Toda la superficie perdida, 1,2 km², lo ha sido por acción antrópica, principalmente el desarrollo portuario, que lo ha convertido en el principal puerto de mercancías de Gipuzkoa. La práctica totalidad del estuario actual es submareal, siendo el intermareal casi inexistente (Rivas y Cendrero, 1992).

En la zona exterior del estuario del Oiartzun la circulación superficial (hasta 5 m de profundidad) está fuertemente controlada por la variabilidad del viento, en un amplio rango de escalas temporales: desde variabilidad diurna asociada a brisas, pasando por variabilidad sinóptica hasta variabilidad estacional. Las corrientes de marea en la parte exterior del puerto de Pasaia son débiles (Fontán *et al.*, 2009) y se intensifican en su interior.

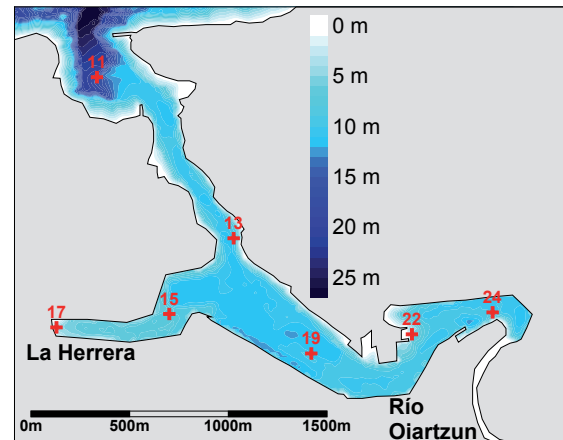


Figura 2. Batimetría del puerto de Pasaia y estaciones con datos de turbidez (cruces).

Por todo ello, en una primera aproximación a la renovación de las aguas en el puerto, se ha considerado únicamente la corriente producida por la marea astronómica. Se ha asumido una situación de estiaje en la cual el efecto del río sobre la circulación es pequeño y que, a la escala temporal considerada (varios días) en un dominio muy confinado como éste, el transporte integrado en la columna de agua producido por el viento puede considerarse despreciable.

Esquema de Corrección de Flujo en el Transporte

Para la simulación de la dispersión en el estuario se ha desarrollado un modelo numérico tridimensional en Elementos Finitos con un esquema de Galerkin para la ecuación de convección-difusión-reacción. Con el fin de resolver los problemas asociados a la presencia de modos espurios en situaciones de convección dominante, se ha empleado un esquema de Corrección de Flujo en el Transporte en Elementos Finitos, FEM-FCT (Löhner *et al.*, 1987). Una explicación exhaustiva de esta técnica, tanto del esquema no lineal como del lineal, puede verse en John y Schemeyer, 2008.

Modelo Numérico

En este trabajo se ha empleado una versión lineal FEM-FCT a partir de un esquema de paso fraccionado de segundo orden,

Crank-Nicolson, para la ecuación de convección-difusión-reacción discretizada:

$$\left[\mathbf{M}_c + \frac{\Delta t^k}{2} \mathbf{A} \right] \cdot \vec{\phi}_k = \left[\mathbf{M}_c - \frac{\Delta t^k}{2} \mathbf{A} \right] \cdot \vec{\phi}_{k-1} + \frac{\Delta t^k}{2} [\vec{f}_{k-1} + \vec{f}_k] \quad (1)$$

Los símbolos en negrita son matrices. \mathbf{M}_c es la matriz de masa del sistema y $\mathbf{A}=[a_{ij}]$ es la matriz suma de la difusión, convección y reacción. $\vec{\phi}$ es el vector de incógnitas, \vec{f} es el vector elemental de flujo y Δt es el paso de tiempo. El índice k representa el instante $t + \Delta t$ y $k-1$ el instante t .

Mediante la técnica FEM-FCT, el algoritmo para la resolución de la ecuación (1) se plantea del siguiente modo:

$$\left[\mathbf{M}_L + \frac{\Delta t^k}{2} \mathbf{L} \right] \cdot \vec{\phi}_k = \mathbf{M}_L \cdot \vec{u} + \frac{\Delta t^k}{2} \vec{f}_k + \left(\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} r_{ij} \right)_{i=1, \dots, N} \quad (2)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \mathbf{A} + \mathbf{D} \\ \mathbf{D} &= [d_{ij}] = \begin{cases} d_{ij} = -\max(0, a_{ij}, a_{ji}) & i \neq j \\ d_{ii} = -\sum_{j=1}^{i-1} d_{ij} - \sum_{j=i+1}^N d_{ij} \end{cases} \\ \mathbf{M}_L &= [m_i] = \sum_{j=1}^N (m_c)_{ij} = \sum_{j=1}^N \int_{\Omega} M^i M^j d\Omega \\ \vec{v}_{k-1/2} &= \mathbf{M}_L^{-1} \cdot [\vec{f}_{k-1} - \mathbf{L} \cdot \vec{\phi}_{k-1}] \\ \vec{u} &= \vec{\phi}_{k-1} + \frac{\Delta t^k}{2} \vec{v}_{k-1/2} \\ r_{ij} &= \Delta t^k [(m_c)_{ij} (v_{k-1/2}^j - v_{k-1/2}^i) - d_{ij} (\tilde{u}_i - \tilde{u}_j)] \end{aligned} \quad (3)$$

La matriz \mathbf{D} es simétrica y la suma por filas es nula. La matriz \mathbf{M}_L es la matriz de masa aglutinada que se obtiene a partir de las funciones de forma M^i integradas sobre el dominio computacional de estudio Ω . Los coeficientes α_{ij} forman una matriz de pesos para la ponderación del residuo r_{ij} en la solución de la ecuación y los vectores \vec{v} y \vec{u} son dos funciones auxiliares para la estima de la solución $\vec{\phi}_k$.

Para el cálculo de los pesos α_{ij} se emplea el algoritmo de Zalesak (Kuzmin, 2009):

$$\begin{aligned} P_i^+ &= \sum_{j=1, j \neq i}^N \max(0, r_{ij}); \quad P_i^- = \sum_{j=1, j \neq i}^N \min(0, r_{ij}) \\ Q_i^+ &= \max \left\{ 0, \max_{j=1, \dots, N, j \neq i} (\tilde{u}_j - \tilde{u}_i) \right\}; \quad Q_i^- = \min \left\{ 0, \min_{j=1, \dots, N, j \neq i} (\tilde{u}_j - \tilde{u}_i) \right\} \\ \alpha_{ij} &= \begin{cases} \min \left[\min \left(1, \frac{m_i Q_i^+}{P_i^+} \right), \min \left(1, \frac{m_j Q_j^-}{P_j^-} \right) \right]; & \text{si } r_{ij} > 0 \\ \min \left[\min \left(1, \frac{m_i Q_i^-}{P_i^-} \right), \min \left(1, \frac{m_j Q_j^+}{P_j^+} \right) \right]; & \text{si } r_{ij} \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Para que el esquema lineal FEM-FCT de Crank-Nicolson sea estable debe cumplir (John y Schemeyer, 2008; Kuzmin, 2009):

$$\Delta t^k < 2 \min \left[\frac{m_i}{l_{ii}} \right]_{i=1, \dots, N} \quad (5)$$

Dada la estructura del algoritmo, es relativamente sencilla la adaptación de un código en Elementos Finitos mediante una formulación de Galerkin con un esquema de paso fraccionado para la obtención de este esquema FEM-FCT, ya que consiste en operaciones matriciales y vectoriales básicas.

Las posiciones de los coeficientes no nulos de las matrices que aparecen en el algoritmo son las mismas en todas ellas, incluyendo la matriz r_{ij} , por lo cual resulta ventajoso emplear una técnica de almacenamiento tipo CSR (Compressed Sparse Row) (Chumbe, 1997) ya que son comunes los índices de columna e inicio de fila con el consecuente ahorro de memoria. Para resolver el sistema de ecuaciones lineales se emplea un algoritmo iterativo tipo CGS (Conjugate Gradient Squared) (Sonneveld, 1989) que requiere únicamente operaciones matriciales y vectoriales, para las cuales el esquema de almacenamiento CSR es muy adecuado (Chumbe, 1997). La semilla inicial del método CGS es la aproximación \vec{u} (3) para disminuir el número de iteraciones.

Casos test

Como primer caso test para comprobar el comportamiento del modelo de resolución de la ecuación de convección, se ha estudiado numéricamente la rotación de tres cuerpos en un campo rotacional (Kuzmin, 2009), sobre un cuadrado de 1 m mediante una malla numérica de elementos bilineales isoparamétricos de 4 nodos. En la Figura 3 se muestran las soluciones obtenidas por el modelo en Elementos Finitos para la ecuación de transporte aplicando la metodología FEM-FCT lineal, expuesta anteriormente, sobre una malla numérica regular con 200 divisiones en cada lado del dominio. El paso de tiempo empleado fue 0,95 veces el paso de tiempo máximo admisible (5). En la Figura 4 puede verse la solución obtenida sin emplear la técnica FCT en la que se constata la presencia de modos espurios.

Para analizar la convergencia de la técnica, se ha simulado este caso sobre diferentes mallas numéricas con 50, 100, 150, 300, 400, 500, 750 y 1000 divisiones y se ha calculado el error entre la solución numérica obtenida y la solución analítica en $t=2\pi$ como:

$$\mathcal{E}(t) = \frac{\|\vec{\phi}^{Num}(t) - \vec{\phi}^{Anal}(t)\|}{\|\vec{\phi}^{Anal}(t)\|} \quad (6)$$

En la Figura 5 puede observarse la disminución exponencial esperable de \mathcal{E} respecto al lado del elemento en el caso de rotación de tres cuerpos.

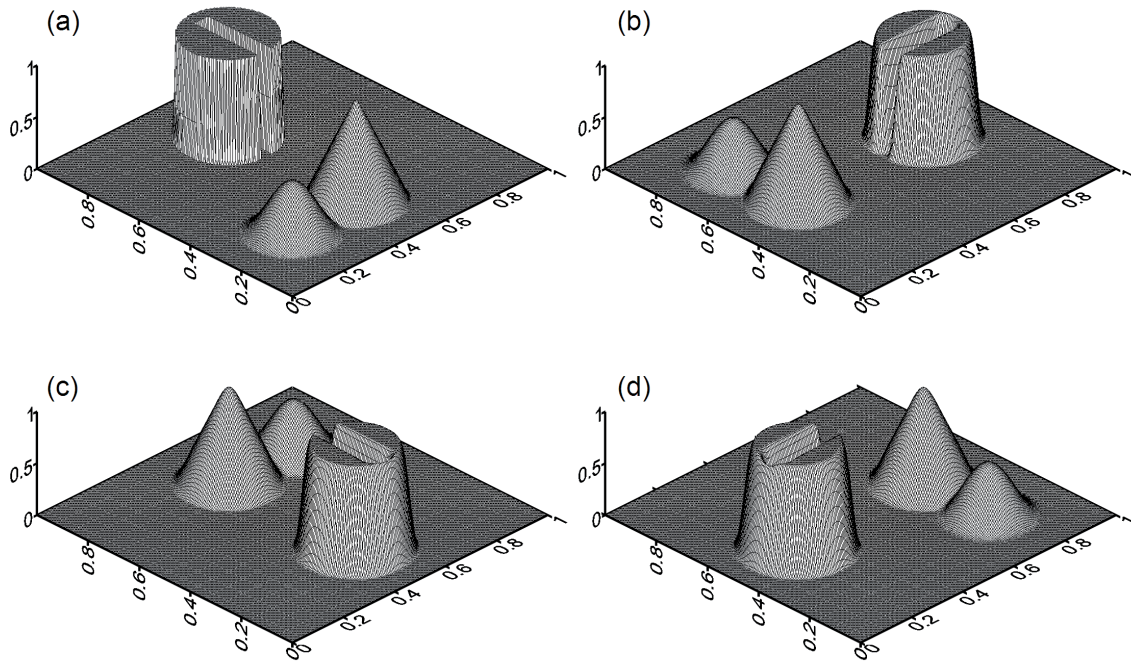


Figura 3. Solución de la rotación de tres cuerpos mediante FEM-FCT lineal: (a) Condición inicial; (b) solución en $t=\pi/2$; (c) solución en $t=\pi$; y (d) solución en $t=3/2 \pi$.

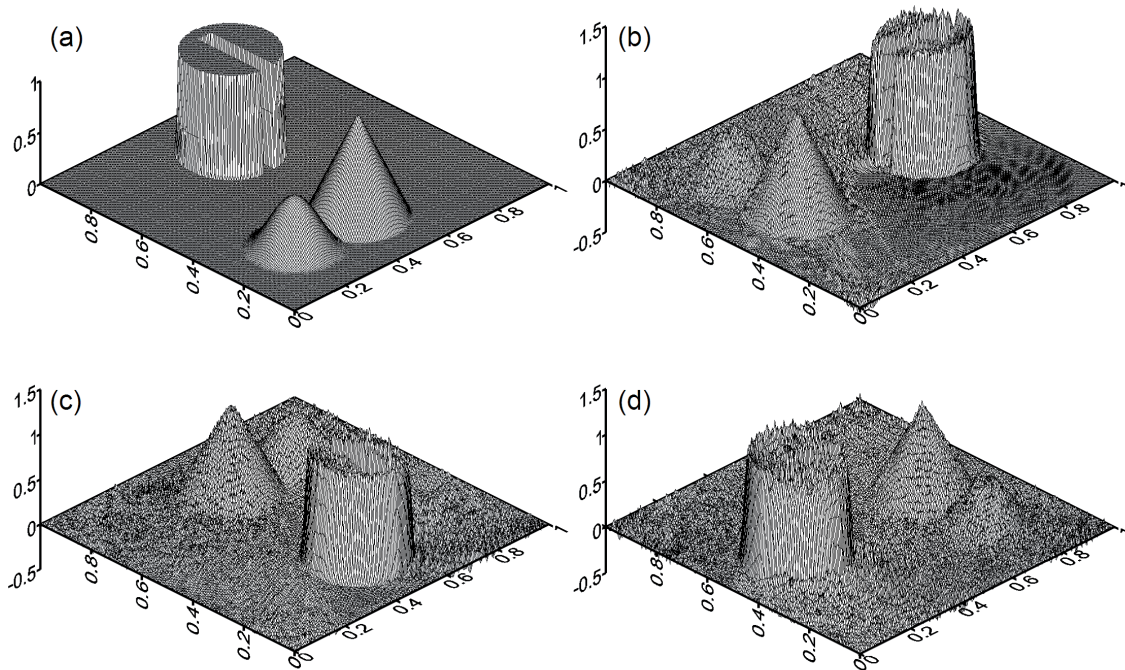


Figura 4. Solución de la rotación de tres cuerpos sin FCT: (a) Condición inicial; (b) solución en $t=\pi/2$; (c) solución en $t=\pi$; y (d) solución en $t=3/2 \pi$.

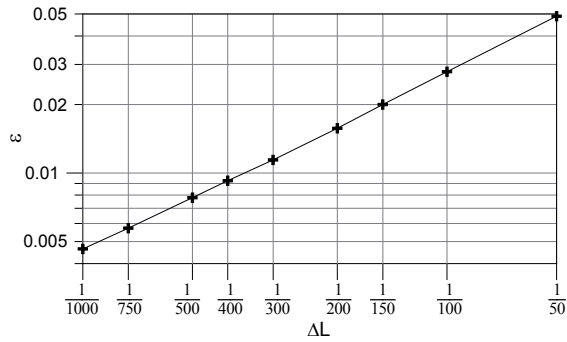


Figura 5. Error de la solución numérica en el problema de rotación de tres cuerpos.

Como segundo caso test se muestran los resultados obtenidos en la simulación de una inyección puntual de una masa M en el centro de un dominio tridimensional, con un campo de corrientes variable en el espacio y el tiempo del tipo $u = u_o(t) - \Omega_y y - \Omega_z z$ y difusión turbulenta anisótropa (K_x, K_y, K_z). Con estas condiciones, la solución analítica, $\phi(x, y, z, t)$ es (Okubo, 1968):

$$\phi = \frac{M}{8\sqrt{K_x K_y K_z} \phi(\pi t)^3} \cdot \exp\left[-\frac{\left(x - \int_0^t u_o d\zeta\right)^2}{4K_x(1 + \phi^2 t^2)}\right] \cdot \exp\left[-\frac{1 + \left(\frac{\Omega_y^2 K_y + \Omega_z^2 K_z}{3K_x} + \frac{\Omega_z^2 K_z}{12K_x}\right) t^2}{4K_y(1 + \phi^2 t^2)} y^2 + \frac{1 + \left(\frac{\Omega_y^2 K_y + \Omega_z^2 K_z}{12K_x} + \frac{\Omega_z^2 K_z}{3K_x}\right) t^2}{4K_z(1 + \phi^2 t^2)} z^2\right] \cdot \exp\left[-\frac{t(\Omega_y y + \Omega_z z)\left(x - \int_0^t u_o d\zeta\right) + \frac{1}{2}\Omega_y \Omega_z t^2 yz}{4K_x(1 + \phi^2 t^2)}\right] \quad (7)$$

$$\phi^2 = \frac{1}{12K_x} (\Omega_y^2 K_y + \Omega_z^2 K_z)$$

La condición inicial que representa la inyección puntual de la masa M en el centro del dominio se representa mediante la delta de Dirac δ (función cuyo valor es 1 en un punto y 0 en el resto del dominio) en el origen de coordenadas.

$$\phi(t = 0, x, y, z) = M\delta(0,0,0) \quad (8)$$

Para resolver este caso se han empleado dos mallas numéricas de un dominio cúbico de 2 m de lado, una de 50x50x50 y otra de 100x100x100 divisiones, mediante prismas de 8 nodos (hexaedros). Se han empleado los siguientes valores que aparecen en la solución recogida en (7):

$$u_o(t) = \cos(10t); \quad \Omega_y = 0,8; \quad \Omega_z = 0,3$$

$$M = 1; \quad K_x = 0,007; \quad K_y = 0,01; \quad K_z = 0,005$$

El paso de tiempo empleado en la solución numérica fue:

$$\Delta t_k = 1,9 \min \left[\frac{m_i}{J_{ii}} \right]_{i=1, \dots, N}$$

La aproximación a la concentración inicial $\phi_{t=0}^i$ en el centro del dominio en el caso de la versión discretizada del problema, se calcula igualando la masa M a la integral de la concentración en el instante inicial:

$$M = \int_{\Omega} \phi_{t=0} d\Omega = \phi_{t=0}^i \int_{\Omega} M_i d\Omega \Rightarrow \phi_{t=0}^i = \frac{M}{\int_{\Omega} M_i d\Omega} \quad (9)$$

En la malla de 50x50x50, la condición inicial en el nodo central del dominio es $15,625 \cdot 10^{-3}$, y en el caso de la malla de 100x100x100 es de $125 \cdot 10^{-3}$. No se imponen condiciones de contorno al modelo numérico.

En la Figura 6 puede verse la solución numérica en 4 puntos del dominio sobre la malla numérica de 50x50x50 elementos (círculos rojos), y sobre la malla de 100x100x100 elementos (circunferencias) y la solución analítica (línea azul).

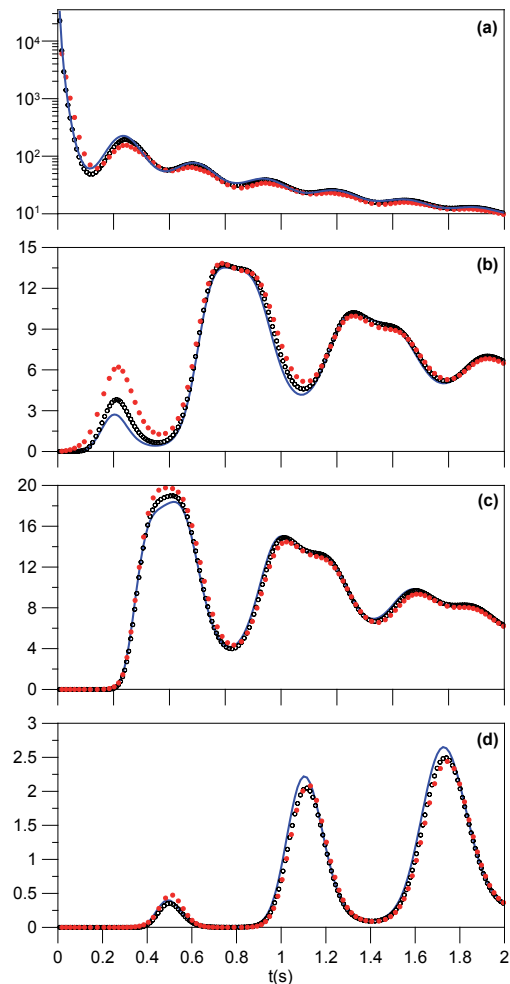


Figura 6. Solución analítica y numérica al test de Okubo en 4 puntos del dominio. La línea azul es la solución analítica, los círculos rojos son la solución numérica sobre la malla de 50x50x50 hexaedros y las circunferencias son la solución numérica sobre la malla de 100x100x100 hexaedros. (a) Centro del cubo; (b) en (0,12; -0,12; 0,12); (c) en (-0,12; 0,08; 0,12); y (d) en (-0,32; -0,04; -0,12).

Como tercer caso test se resuelve la ecuación de convección-difusión con una inyección de masa M en un paralelepípedo de dimensiones X_s, Y_s, Z_s dentro de un dominio tridimensional con velocidad de la corriente u uniforme.

$$\partial_t \phi + u \partial_x \phi - K_x \partial_x^2 \phi - K_y \partial_y^2 \phi - K_z \partial_z^2 \phi = 0 \quad (10)$$

La condición inicial es:

$$\phi(x, y, z, 0) = \begin{cases} \phi_0 & \text{si } |x| \leq \frac{X_s}{2}; |y| \leq \frac{Y_s}{2}; |z| \leq \frac{Z_s}{2} \\ 0 & \text{si } |x| > \frac{X_s}{2}; |y| > \frac{Y_s}{2}; |z| > \frac{Z_s}{2} \end{cases} \quad (11)$$

Domenico y Robbins, 1985, realizan un análisis numérico del problema y a partir de los resultados de Hunt, 1978, dan la siguiente expresión matemática como aproximación a la solución analítica:

$$\phi = \frac{M}{8X_s Y_s Z_s} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x - ut + \frac{X_s}{2}}{2\sqrt{K_x t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x - ut - \frac{X_s}{2}}{2\sqrt{K_x t}} \right) \right] \cdot \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y + \frac{Y_s}{2}}{2\sqrt{K_y t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y - \frac{Y_s}{2}}{2\sqrt{K_y t}} \right) \right] \quad (12)$$

Siendo $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ la función error.

Para obtener la masa en el paralelepípedo de la condición inicial se integra la solución analítica y se obtiene:

$$F(t) = \frac{M}{8X_s Y_s Z_s} \left[\int_{-\frac{X_s}{2}}^{\frac{X_s}{2}} \operatorname{erf} \left(\frac{x - ut + \frac{X_s}{2}}{2\sqrt{K_x t}} \right) dx - \int_{-\frac{X_s}{2}}^{\frac{X_s}{2}} \operatorname{erf} \left(\frac{x - ut - \frac{X_s}{2}}{2\sqrt{K_x t}} \right) dx \right] \cdot \left[\int_{-\frac{Y_s}{2}}^{\frac{Y_s}{2}} \operatorname{erf} \left(\frac{y + \frac{Y_s}{2}}{2\sqrt{K_y t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y - \frac{Y_s}{2}}{2\sqrt{K_y t}} \right) dy \right] \cdot \left[\int_{-\frac{Z_s}{2}}^{\frac{Z_s}{2}} \operatorname{erf} \left(\frac{z + \frac{Z_s}{2}}{2\sqrt{K_z t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{z - \frac{Z_s}{2}}{2\sqrt{K_z t}} \right) dz \right] \quad (13)$$

Aprovechando las propiedades de la función error (Abramowitz y Stegun 1972):

$$\int \operatorname{erf}(x) dx = x \operatorname{erf}(x) + \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} + cte \quad (14)$$

e integrando cada término se obtiene:

$$F(t) = \frac{4M\sqrt{K_x K_y K_z} t^3}{X_s Y_s Z_s} \cdot \left[\hat{y} \operatorname{erf}(\hat{y}) + \frac{e^{-\hat{y}^2} - 1}{\sqrt{\pi}} \right] \cdot \left[\hat{z} \operatorname{erf}(\hat{z}) + \frac{e^{-\hat{z}^2} - 1}{\sqrt{\pi}} \right] \cdot \left[x_1 \operatorname{erf}(x_1) + x_2 \operatorname{erf}(x_2) - 2x_3 \operatorname{erf}(x_3) \right] + \frac{e^{-x_1^2} + e^{-x_2^2} - 2e^{-\left[\frac{x_1+x_2}{2}\right]^2}}{\sqrt{\pi}} \quad (15)$$

Con:

$$x_1 = \frac{X_s - ut}{2\sqrt{K_x t}}; x_2 = -\frac{X_s + ut}{2\sqrt{K_x t}}; \hat{y} = \frac{Y_s}{2\sqrt{K_y t}}; \hat{z} = \frac{Z_s}{2\sqrt{K_z t}}$$

Aproximando la ecuación (15) a una expresión $C(t) = M \cdot e^{-t/\tau_r}$ se ha estimado el tiempo de residencia τ_r mediante el método de regresión por el origen (Tartinville, 1997).

Con las condiciones anteriores se ha resuelto numéricamente el problema sobre un dominio cúbico de 2 m de lado durante 2 s. Para ello se ha empleado una discretización mediante tetraedros lineales con 40 divisiones en cada uno de los lados del dominio y una malla de prismas de 8 nodos con 50 divisiones en cada lado del dominio. Se ha considerado un caso con: $X_s = 0,24 \text{ m}$; $Y_s = 0,16 \text{ m}$; $Z_s = 0,20 \text{ m}$; $u = 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $M = 1$ y difusión isotrópica ($K_x = K_y = K_z = K$). Se impuso al modelo numérico la condición inicial (11) y ninguna condición de contorno.

El paso de tiempo en las simulaciones empleado fue:

$$\Delta t_k = 1,6 \text{ min} \left[\frac{m_l}{l_{ll}} \right]_{l=1, \dots, N}$$

Para diferentes valores de la difusión K se ha calculado la función $F(t)$ entre 0 y 2 s y se ha ajustado a la función e^{-t/τ_r} . El valor del tiempo de residencia τ_r para cada valor del coeficiente de difusión se ha representado en la Figura 7.

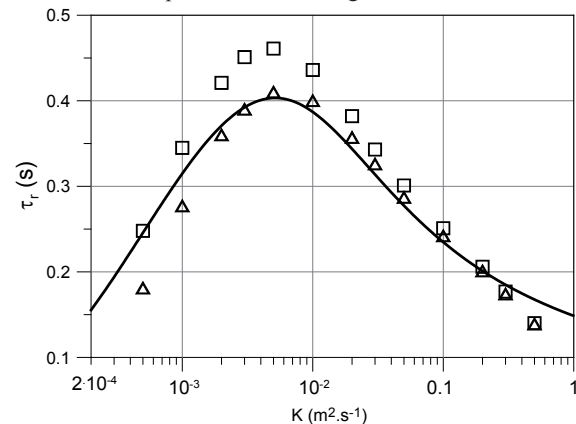


Figura 7. Tiempo de residencia en el tercer caso test a partir de la solución analítica (línea continua) y estimas del tiempo de residencia calculadas a partir de la solución numérica sobre una malla de tetraedros (triángulos) y sobre una malla de prismas (cuadrados).

Aplicación al Puerto de Pasaia

Corrientes de marea

Para simular la corriente mareal se ha empleado un modelo en Elementos Finitos que resuelve las ecuaciones de aguas someras mediante una técnica de descomposición armónica de la marea (González *et al.*, 1995). Según esta técnica, las variables incógnita (altura de superficie libre y campo de velocidades) pueden expresarse en función de la media más las componentes periódicas (Godin, 1988; Walters, 1986) empleando una discretización mediante un elemento bilineal isoparamétrico de 4 nodos para la velocidad y presión constante.

Como condiciones de contorno de mar abierto para la simulación de corrientes se ha empleado la marea registrada en la estación océano-meteorológica de la bocana del puerto de Pasaia (<http://estacion.itsasnet.com>) entre 2005 y 2009 (Figura 8).

En la Tabla 1 se muestra el resultado del análisis armónico de la señal de marea. Las componentes más energéticas de la señal son los armónicos M2 (semidiurna lunar principal), S2 (semidiurna solar principal), N2 y K2, siendo el resto de ellas de amplitud inferior a 10 cm. Estos resultados son coincidentes con los obtenidos por otros autores en la zona de estudio (Álvarez *et al.*, 1998; Le Cann, 1990). Como puede verse en la Figura 8, con estas 12 componentes de la marea astronómica se reproduce la mayor parte de la oscilación con un residuo inferior a 25 cm.

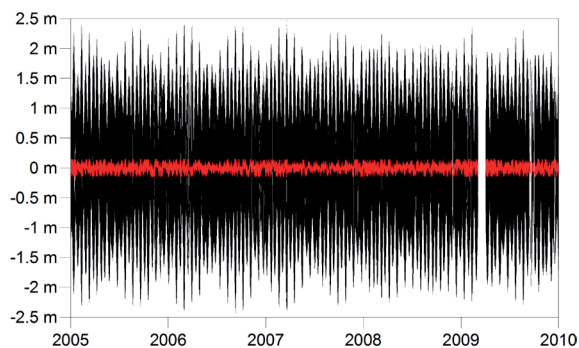


Figura 8. Serie de marea en la bocana del puerto de Pasaia (línea negra) y residuo del análisis armónico considerando 12 componentes de la marea (línea roja).

Se ha empleado el modelo de propagación de marea verticalmente integrado. La malla de discretización del dominio (Figura 9), tiene 26.392 elementos, un tamaño medio de los lados de los elementos de 6 m y abarca desde la bocana de acceso al puerto hasta el límite de afección de la marea en el interior del estuario.

Las componentes mareales de mayor aporte a la dinámica de la zona son la M2, la S2 y la N2 (Figura 10), mientras que el resto de componentes son sensiblemente menores ($< 0,5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$). Estos resultados previos del modelo hidrodinámico han sido validados mediante comparación con datos de campo (Fontán *et al.*, 2006) y con ellos se reconstruyen las corrientes en cada instante para ser empleadas como entrada al modelo de dispersión.

Tabla 1. Período, amplitudes y fases de las 12 componentes empleadas para reproducir la marea astronómica en el puerto de Pasaia.

Nombre	Período (h)	Amplitud (cm)	Fase (°)
M2	12,420601	128	39,8
S2	12	45,6	128,2
N2	12,658348	26,9	296,8
K2	11,967235	16,3	283,5
O1	25,819342	8,1	278
K1	23,934469	6,7	59,2
NU2	12,626004	5	51,2
MU2	12,871758	4,3	302,2
2N2	12,905374	3,7	194,2
L2	12,191620	3,4	318
M4	6,2103006	2,7	218,1
Q1	26,868357	2,5	153,7

Dispersión de la turbidez

Los datos de turbidez proceden de los estudios que lleva a cabo AZTI para el control de la calidad ambiental del estuario del Oiartzun. Los muestreos se realizan en condiciones de media marea, en dos ocasiones al año (invierno y verano), en 7 puntos del estuario (Figura 2) y a varias profundidades (superficie, 2 m, 5 m y fondo). Las muestras de agua se recogen con una botella Niskin y la turbidez se mide en el laboratorio con un turbidímetro 2100 HACH; Loveland, Colorado, USA. Para este estudio se han utilizado únicamente los datos de verano, dado que se pretendía caracterizar una situación de caudal bajo-moderado. Además, aunque existen datos en algunas estaciones desde 1995, sólo se han incluido los valores obtenidos en años recientes ya que el saneamiento de la cuenca ha pasado por varias fases y el desvío de las aguas residuales que vertían al estuario y a la zona costera cercana finalizó entre 2005 y 2006, con el funcionamiento a pleno rendimiento de un emisario submarino. Por ello, el período de medidas se considera representativo de la situación actual, en la cual los principales aportes de sustancias y partículas al estuario son de origen fluvial (Tabla 2).

Se ha diseñado un escenario de simulación para la dispersión de las plumas de turbidez en el interior del estuario sobre la malla numérica de elementos bilineales de 4 nodos (Figura 9). Como aportes se han tenido en cuenta únicamente los procedentes del río Oiartzun, el vertido existente en La Herrera (Figura 2) y la turbidez en el exterior del estuario, para lo cual se han empleado los valores de las estaciones 24, 17 y 11 (Tabla 2), respectivamente, como condiciones de contorno. La condición inicial en todo el dominio computacional utilizada fue el valor máximo de turbidez ($2,2 \text{ NTU}$), correspondiente a la estación 17 (La Herrera).

Se han efectuado dos simulaciones durante un período de simulación de 180 días, sin difusión y con difusión igual a $0,05 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ en ambos casos para cumplir la restricción de (5) se ha empleado un paso de tiempo igual a 0,97 veces el máximo admisible.

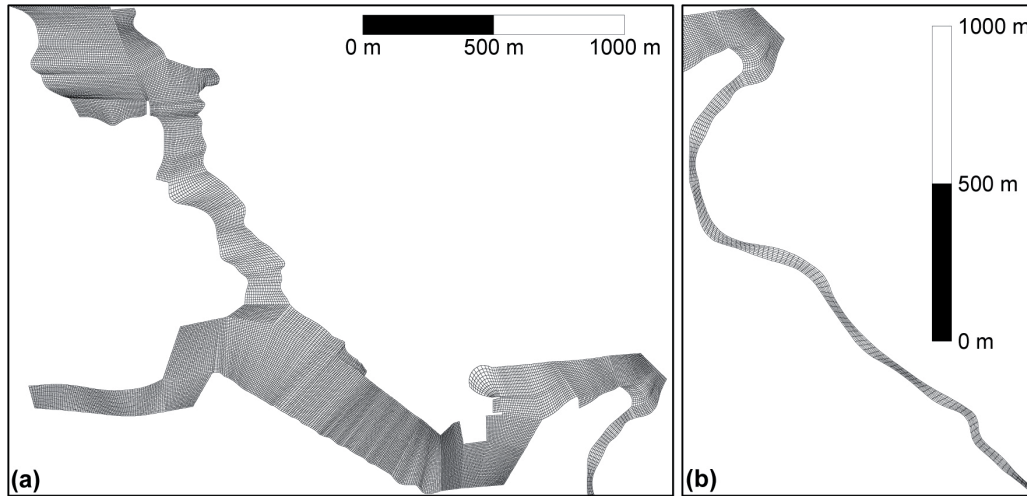


Figura 9. Malla numérica del puerto de Pasaia: (a) zona portuaria; y (b) detalle del canal del río Oiartzun.

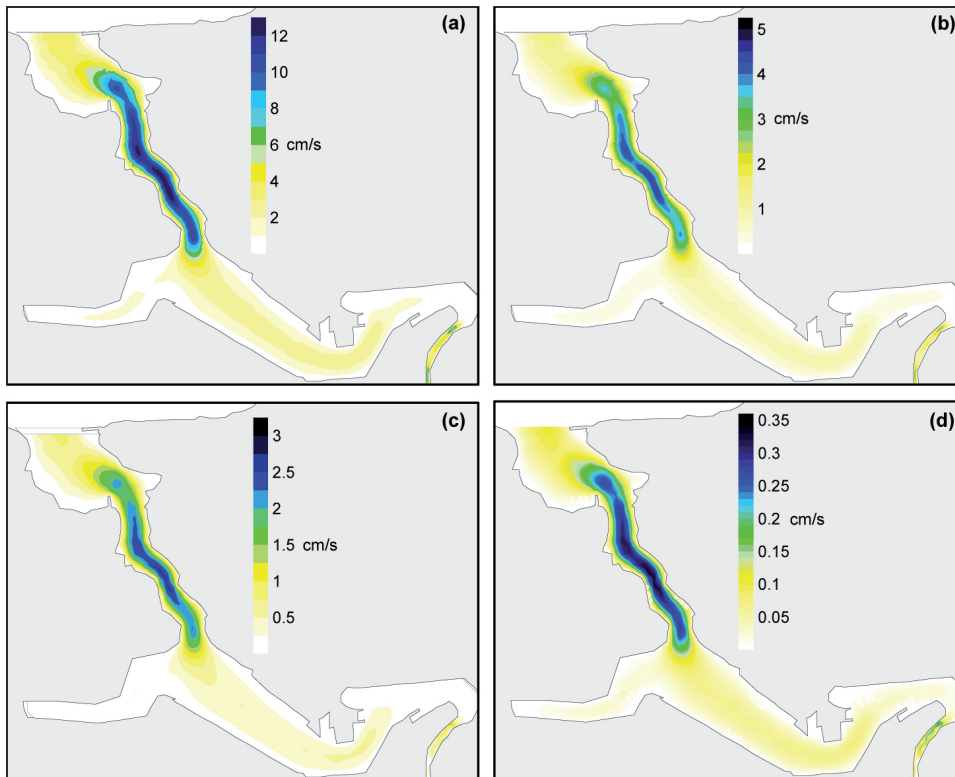


Figura 10. Semieje mayor de las elipses de marea. (a) M2; (b) S2; (c) N2; y (d) O1.

En la Figura 11 se han representado los resultados numéricos en el caso sin difusión y los valores medios de turbidez en los 4 puntos del dominio que no han sido usados como condiciones de contorno. En la Figura 12 se han representado los resultados en los mismos puntos en el caso con difusión.

Para la simulación sin difusión el tiempo de computación ha sido de 3,6 horas y 12 horas en el caso con difusión en un ordenador personal de 2,5 GHz y 3,45 Gb de memoria RAM. En el caso sin difusión el paso de tiempo promedio durante la simulación ha sido de 84 s, mientras que en el caso con difusión ha sido de 26 s.

Tabla 2. Media y desviación típica de la turbidez en la columna de agua, para varios puntos del estuario del Oiartzun (Figura 2), en verano y con una marea de amplitud media.

Zona del estuario	Estación	Turbidez media (NTU)	Turbidez desviación típica (NTU)	Número de datos	Período de medidas
Superior	24	1,89	1,10	12	2005-2007
	22	1,85	2,41	19	2005-2009
Dársena lateral	17	2,20	1,15	12	2005-2007
Media	19	1,32	0,77	20	2005-2009
	15	1,05	0,93	20	2005-2009
	13	0,90	0,65	12	2005-2007
Inferior	11	0,60	0,50	20	2005-2009

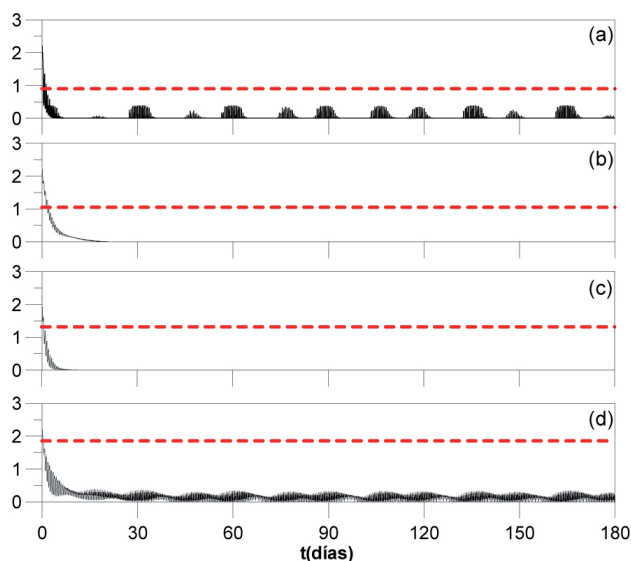


Figura 11. Resultados del modelo de dispersión de turbidez (NTU) sin difusión (línea negra) en los puntos en los que se dispone de medidas (línea roja) que mostradas en la Figura 2: (a) punto 13; (b) punto 15; (c) punto 19; y (d) punto 22.

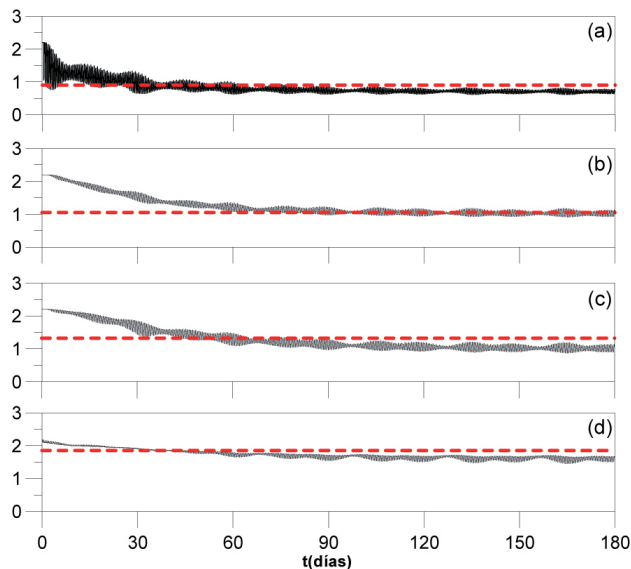


Figura 12. Resultados del modelo de dispersión de turbidez (NTU) con $K_x = K_y = 0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ (línea negra) en los puntos en los que se dispone de medidas (línea roja) mostradas en la Figura 2: (a) punto 13; (b) punto 15; (c) punto 19; y (d) punto 22.

Tiempos de residencia

Para estimar el tiempo de residencia se ha considerado una condición inicial de concentración de un trazador conservativo igual a 1 en todo el dominio y un período de simulación de 30 días, sin condiciones de contorno en el dominio computacional.

Se han efectuado dos casos, sin difusión y con difusión ($K_x = K_y = 0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$), ajustando la concentración media (Figura 12) en todo el dominio a una función del tipo $\bar{C}(t) = e^{-t/\tau_r}$, siendo τ_r el tiempo de residencia. En el caso sin difusión, τ_r es 4,5 días, mientras que considerando la difusión se obtiene un τ_r de 60 días.

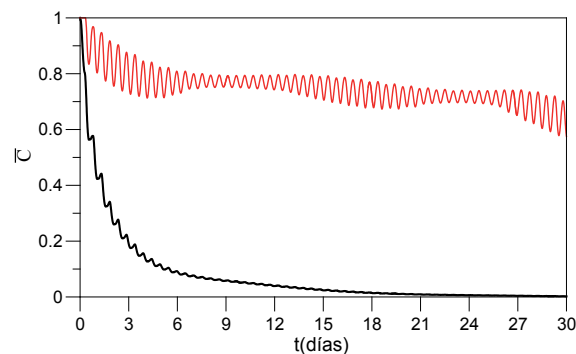


Figura 13. Concentración media en el puerto de Pasaia para la estima del tiempo de residencia. La línea negra es el caso sin difusión y la línea roja es el caso con $K_x = K_y = 0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Discusión y Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un modelo en Elementos Finitos para la resolución de la ecuación de convección-difusión mediante una técnica lineal de corrección de flujo de tipo explícito (FEM-FCT). El modelo ha sido validado mediante su aplicación en un caso test bidimensional sin difusión y en dos casos test tridimensionales.

Este modelo ha sido aplicado al puerto Pasaia (SE del golfo de Vizcaya) a la dispersión de la turbidez y para estimar el tiempo de residencia de las aguas, considerando la marea astronómica como único agente generador de corrientes y la dispersión de un trazador conservativo.

Los valores de turbidez utilizados para la simulación de la dispersión (entre 0,60 y 2,20 NTU) son representativos de estuarios que presentan un bajo porcentaje de agua dulce, típico de la época estival. En otras épocas del año se encontrarían valores más altos, por ejemplo, para los doce estuarios principales del País Vasco, entre los años 2003 y 2008, se describen promedios anuales de turbidez que oscilan entre 2 y 30 NTU (Revilla *et al.*, 2010). Por otra parte, los valores anteriormente citados (Revilla *et al.*, 2010) son de superficie (0,5 m), donde normalmente la turbidez es más alta, en relación al mayor porcentaje de agua fluvial; por el contrario, en este estudio la turbidez se ha promediado en la columna de agua. En otras zonas costeras del sudeste del golfo de Vizcaya, próximas a plumas estuáricas, la mayor parte de los valores de turbidez citados son inferiores a 10 NTU (Petus *et al.*, 2010).

En las simulaciones de la turbidez en Pasaia se ha asumido que el efecto del caudal del Oiartzun en la circulación es despreciable y, además se ha empleado una aproximación bidimensional para simular únicamente la hidrodinámica de la marea astronómica, no considerándose ni el efecto del viento, ni el de gradientes de densidad.

Las mismas hipótesis se han admitido en las simulaciones realizadas para la estima del tiempo de residencia en Pasaia. Si bien diversos autores han empleado modelos tridimensionales para la estima de la contribución de la marea, la descarga fluvial y los gradientes de densidad en el tiempo de residencia (Wang *et al.*, 2004) y para la caracterización hidrodinámica y de renovación en zonas portuarias mesomareales como Bilbao (Grifoll *et al.*, 2009) o micromareales (Grifoll *et al.*, 2010), condiciones de simulación semejantes a las de este estudio se han empleado en trabajos sobre tiempos de residencia en otros puertos del golfo de Vizcaya como Santander y Gijón (Doménech *et al.*, 2006; García *et al.*, 2006).

Los resultados obtenidos en Pasaia y en el modelo conceptual simple recogido en el tercer caso test de este trabajo, ponen de manifiesto la importancia que la difusión turbulenta tiene sobre el tiempo de residencia, ya que en el caso del puerto de Pasaia supone un cambio de un orden de magnitud en su estimación: 4,5 días en un caso sin difusión y de 60 días con el coeficiente de difusión obtenido en las simulaciones de la turbidez ($0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Análisis previos sobre la influencia de la forma de la bocana y el efecto de la turbulencia también indican su relevancia en las estimas del intercambio de agua, especialmente sobre geometrías alargadas y bocanas estrechas (García *et al.*, 2006; Yin *et al.*, 2000), como es el puerto de Pasaia. Asimismo, se han referido incrementos del tiempo de residencia notables entre escenarios sin difusión y con difusión estimados mediante modelado numérico tridimensional y aproximaciones lagrangianas para la dispersión (Choi y Lee, 2004).

La versión lineal FEM-FCT bidimensional sobre este dominio requiere pasos de tiempo entre 1,5 minutos y 0,5 minutos (notablemente menores que el ciclo de la marea), lo que hace que el tiempo de computación necesario (entre 3,6 y 12 h) sea asumible para la simulación de escenarios hidrodinámicos pero, excesivo para aplicaciones operacionales.

Sobre dominios similares y en problemas tridimensionales orientados a la previsión operacional de vertidos o de calidad de

aguas, una vía a explorar para reducir el tiempo de computación pudiera ser la versión no lineal del método FEM-FCT.

Agradecimientos

Los datos de turbidez proceden del proyecto “Estudio Ambiental de la zona costera de Mompás y del estuario del río Oiartzun” llevado a cabo anualmente gracias a la financiación de Aguas del Añarbe y el Departamento de Medio Ambiente y Ordenación del Territorio de la Diputación Foral de Gipuzkoa, así como también de la red de seguimiento del estado ecológico de las aguas de transición y costeras de la Comunidad Autónoma del País Vasco financiado por URA, la Agencia Vasca del Agua.

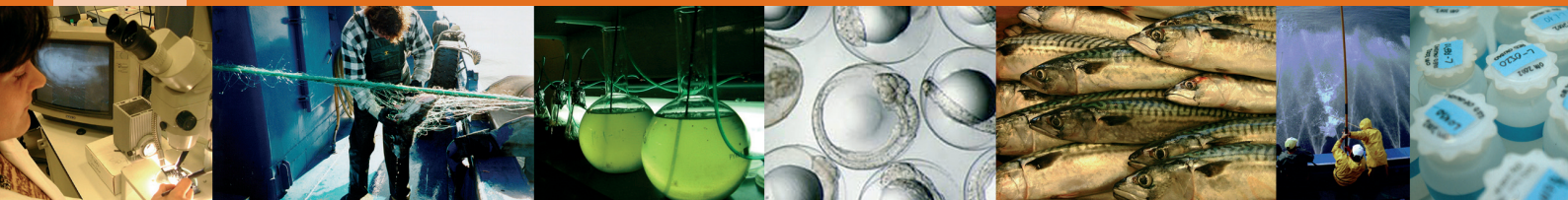
Los autores de este trabajo desean expresar su aprecio y recuerdo al Dr. Jordi Blasco, fallecido en 2010.

Esta es la contribución número 594 de AZTI-Tecnalia (Unidad de Investigación Marina).

Bibliografía

- Abramowitz M, Stegun IA eds (1972) *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. New York Dover Publication 1046 pp
- Álvarez E, Pérez B, Carretero, JC, Rodríguez I (1998) Tide and surge dynamics along the Iberian Atlantic coast. *Oceanologica Acta* 21(2):131-143
- Borja A, Elliott M (2007) What does ‘good ecological potential’ mean, within the European Water Framework Directive? *Marine Pollution Bulletin*. 57:1559-1564
- Choi KW, Lee JHW (2004) Numerical determination of flushing time for stratified water bodies. *Journal of Marine Systems* 50:263-281
- Chumbe S (1997) Simulación Numérica de la Dinámica de Fluidos en Zonas Costeras mediante Ordenadores Paralelos. Ph.D. Thesis, Univ. Politècnica de Catalunya, Barcelona, España: 205 pp
- Delhez EJM, Heemink AW, Deleersnijder E (2004) Residence time in a semi-enclosed domain from the solution of an adjoint problem. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*. 61:691-702
- Doménech JL, Ondiviela B, García A, Sámano ML, Revilla JA, Juanes JA, Guinda X, Carranza I, Carrascal JL, Álvarez JM, Muñoz-Calero R (2006) Aplicación de la ROM 5.1-05 al Puerto de Gijón. EROM 01 (pp. 6.1-45): Universidad Politècnica de Valencia-Puertos del Estado
- Domenico PA, Robbins GA (1985) A New Method of Contaminant Plume Analysis. *Ground Water* 23(4):51-59
- Eisenhauer JG (2003). Regression through the origin. *Teaching Statistics* 25:76-80.
- Espino M, Grifoll M, Hernáez M, Rodríguez I, Sierra JP, Ferrer L, González M, Sánchez-Arcilla A (2008) Water Renovation in Meso-Tidal harbours. The Bilbao Case. In *Proceedings Coastal Engineering 2008 – 31st International Conference on Coastal Engineering*, 31 August-5 September, Hamburg, Germany:391-398
- Fischer J, Flemming N, Holt MR, Rogers J (1999) A profile of operational oceanography. *EuroGOOS Secretariat*
- Fontán A, González M, Wells N, Collins M, Mader, J, Ferrer L, Esnaola G, Uriarte Ad (2009) Tidal and wind-induced circulation within the Southeastern limit of the Bay of Biscay: Pasaia Bay, Basque Coast. *Continental Shelf Research*. 29:998-1007
- García Ai, García A, Revilla JA, Ondiviela B, Carranza I, Guinda X, Álvarez C, Juanes JA (2006) Aproximación metodológica para el cálculo del tiempo de renovación en áreas portuarias, EROM 5.1 (pp. 2.1-2.25): Universidad Politècnica de Valencia-Puertos del Estado
- García de Bikuña B, Docampo L (1990) *Limnología de los ríos de Vizcaya. Teorías, aplicaciones e implicaciones biológicas*. Departamento de Urbanismo y Vivienda del Gobierno Vasco

- Godin G (1988) *Tides*. Ed. CICESE, 288 pp
- González M, García MA, Espino M, Sánchez-Arcilla A (1995) Un modelo numérico en elementos finitos para la corriente inducida por la marea astronómica. Aplicaciones al Estrecho de Gibraltar. *Revista Internacional de Métodos Numéricos, Cálculo y Diseño en Ingeniería* 11(3):383-400
- González M, Uriarte A, Fontán A, Mader J, Gyssels P (2004) Oceanography and Marine Environment of the Basque Country. In: Borja A., Collins, M. (eds.), *Oceanography and Marine Environment of the Basque Country*. Elsevier Oceanography Series, 70. Elsevier, Amsterdam, pp 133-157
- Grifoll M, Espino M, González M, Ferrer L, Sánchez-Arcilla A (2006) Spatial residence time description for water discharges in harbours. In *Proceedings of the 4th International Conferences on Marine Waste Water Discharges and Coastal*, 6-10 November, Antalya, Turquía, 11 pp
- Grifoll M, Fontán A, Ferrer L, Mader J, González M, Espino M (2009). 3D hydrodynamic characterisation of a meso-tidal harbour: The case of Bilbao (northern Spain). *Coastal Engineering*. 56:907-918
- Grifoll M, Jordà G, Borja A, Espino, M (2010) A new risk assessment method for water quality degradation in harbour domains, using hydrodynamic models. *Marine Pollution Bulletin*. 60:69-78
- Hackbusch W, John V, Khachatryan A, Suci, C (2011) A numerical method for the simulation of an aggregation-driven population balance system. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* (in press) DOI: 10.1002/flid.2656
- Hunt B (1978) Dispersive Sources in Uniform Ground-Water Flow. *Journal of the Hydraulics Division: proceedings of the American Society of Civil Engineers* 104:75-85
- Instituto Hidrográfico de la Marina (1992) *Anuario de Mareas*. Servicio de Publicaciones de la Armada. Talleres del Instituto Hidrográfico de la Marina, Cádiz, España
- Iribar X, Ibáñez M (1979) Subdivisión de la zona intermareal de San Sebastián en función de los datos obtenidos con mareógrafo. En *Acta 1^o Simposio Ibérico de Estudio del Bentos Marino*, San Sebastián, 2:521-524
- John V, Roland M (2010) On the impact of the scheme for solving the higher dimensional equation in coupled population balance systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 82:1450-1474
- John V, Schmeier E (2008) Finite element methods for time-dependent convection-diffusion-reaction equations with small diffusion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 198:475-494
- Kuzmin D (2009) Explicit and implicit FEM-FCT algorithms with flux linearization. *Journal of Computational Physics*. 228:2517-2534
- Le Cann B (1990) Barotropic tidal dynamics of the Bay of Biscay shelf: observations, numerical modelling and physical interpretation. *Continental Shelf Research*. 10(8):723-758
- Löhner R, Morgan K, Peraire J, Vahdati M (1987) Finite element flux-corrected transport (FEM-FCT) for the Euler and Navier-Stokes equations *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 7:1093-1109
- Muxika I, Franco J, Borja A, Larreta J, Revilla M, Valencia V, 2010. *Estudio ambiental de la zona costera de Mompás y del estuario del río Oiartzun*. Informe final elaborado por AZTI-Tecnalia para el Dpto. de Desarrollo Sostenible, Diputación Foral de Gipuzkoa, y para Aguas del Añarbe. (162 pp.+ Anexos)
- Okubo A (1968) Some Remarks on the Importance of the "Shear Effect" on Horizontal Diffusion. *Journal of Oceanographic Society of Japan* 24(2):60-69
- OSPAR (2000) *OSPAR Quality Status Report 2000, Region IV. Bay of Biscay and Iberian Coast*. OSPAR Commission, London, 134 pp
- Parrilla G (2001) Oceanografía operacional: un nuevo reto. *Física de la Tierra* 13:167-179
- Petus C, Chust G, Gohin F, Doxaran D, Froidefond JM, Sagarminaga Y (2010) Estimating turbidity and total suspended matter in the Adour River plume (South Bay of Biscay) using MODIS 250-m imagery. *Continental Shelf Research*. 30:379-392.
- Pugh DT (1987) *Tides, Surges and Mean Sea-Level: A Handbook for Engineers and Scientists*. Wiley, Chichester, UK, 472 pp
- Revilla M, Franco J, Garmendia M, Borja A (2010) A new method for phytoplankton quality assessment in the Basque estuaries (northern Spain), within the European Water Framework Directive. *Revista de Investigación Marina*. 17(7):149-164
- Rivas V, Cendrero A (1992) Análisis histórico de la evolución superficial de los estuarios del País Vasco. *Lurralde* 15:199-227
- Sonneveld P (1989) CGS, a fast Lanczos-Type solver for nonsymmetric linear system. *SIAM, Journal on Scientific and Statistical Computing* 10(1):36-52
- Tan H, Pillai KM (2010) Numerical simulation of reactive flow in liquid composite using flux-corrected transport (FCT) based finite element/control volume (FE/CV) method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 53:2256-2271
- Tartinville B, Deleersnijder E, Rancher J (1997) The water residence time in the Mururoa atoll lagoon: sensitivity analysis of a three-dimensional model. *Coral Reefs* 16:193-203
- Valencia V, Franco J, Borja A, Fontán A (2004) Hydrography of the southeastern Bay of Biscay. In: Borja A., Collins, M. (eds.), *Oceanography and Marine Environment of the Basque Country*. Elsevier Oceanography Series, 70. Elsevier, Amsterdam, pp 159-194
- Walters RA (1986) A finite element model for tidal and residual circulation. *Communications in Applied Numerical Methods* 2:393-398
- Walters RA (2005) Coastal ocean models: two useful finite element methods. *Continental Shelf Research*. 25:775-793
- Walters RA (2006) Design considerations for a finite element coastal ocean model. *Ocean Model*. 15:90-100
- Wang C-F, Hsu M-H, Kuo, AY (2004) Residence time of the Danshuei River estuary, Taiwan. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 60:381-393
- Yanagi T (1999) *Coastal Oceanography*. Kluwer Academic Publishers. 163 pp
- Yin J, Falconer RA, Chen Y, Probert SD (2000) Water and sediment movement in harbour. *Applied Energy*. 67:341-352



www.azti.es

azti
tecnalia

Txatxarramendi ugartea z/g
48395 Sukarrieta (Bizkaia)
Tel.: +34 94 602 94 00
Fax: +34 94 657 25 55

Herrera Kaia, Portualdea z/g
20110 Pasaia (Gipuzkoa)
Tel.: +34 943 00 48 00
Fax: +34 94 657 25 55

Parque Tecnológico de Bizkaia
Astondo bidea. Edificio 609.
48160 Derio (Bizkaia)
Tel.: +34 94 657 40 00
Fax: +34 94 657 25 55